

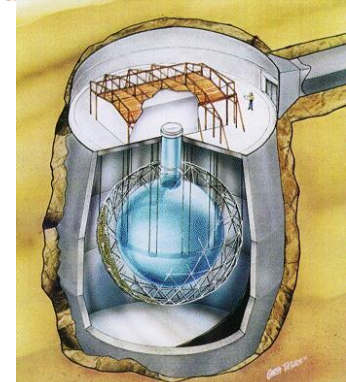
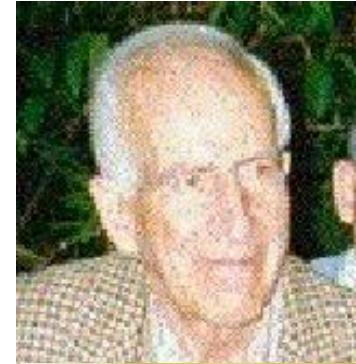
Propagazione dei neutrini: il fenomeno delle oscillazioni nel vuoto

ν_e e neutrino	ν_μ μ neutrino	ν_τ τ neutrino
e electron	μ muon	τ tau

- I neutrini di una famiglia, una volta prodotti, rimangono tali o possono trasformarsi?
- Pontecorvo nel 1957 concepì la possibilità di un meccanismo di oscillazione, per cui uno stato, prodotto ad esempio come $| \nu_e \rangle$ con impulso p , può acquistare nella sua evoluzione temporale una componente dell'altra famiglia, ad esempio quella muonica:

$$| \psi \rangle_t = A(t) | \nu_e \rangle + B(t) | \nu_\mu \rangle$$

- E' chiaro che un tale fenomeno, se avviene, significa una violazione del numero leptonico di famiglia (pur rimanendo conservato il numero leptonico globale)
- L'interesse per questo fenomeno, detto oscillazioni di neutrino, nacque dal fatto che i risultati degli esperimenti sui neutrini solari, mostravano un flusso di neutrini inferiori alle predizioni teoriche. Nel sole vengono prodotti neutrini prodotti come ν_e , e gli esperimenti cercavano neutrini dello stesso tipo. Forse una frazione dei neutrini cambiava flavour per strada?
- La risposta, positiva e di inequivocabile, a questa domanda si è avuta nel 2001 con l'esperimento SNO (neutrini solari) e l'anno successivo con l'esperimento KamLAND, (anti-neutrini da reattore)



Autostati di massa e autostati di flavour (1) *

- Ragioniamo per semplicità con due neutrini, ν_e e ν_μ . Questi hanno flavour definito, per definizione, in quanto prodotti rispettivamente assieme ad elettroni o muoni, ma non è detto che abbiano massa definita.
- Consideriamo lo spazio dei vettori generato da $| \nu_e \rangle$ e $| \nu_\mu \rangle$.
- Nella base $| \nu_e \rangle$ e $| \nu_\mu \rangle$ gli operatori di numero leptonico di famiglia sono dati dalle matrici:

$$L_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad L_\mu = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Gli stati $| \nu_e \rangle$ e $| \nu_\mu \rangle$ sono dunque autovettori di queste osservabili, L_e ed L_μ , con autovalori 1 e 0 per $| \nu_e \rangle$, 0 e 1 per $| \nu_\mu \rangle$.
- Consideriamo adesso l'osservabile massa M . Non è detto che M sia diagonale nella base $| \nu_e \rangle$ e $| \nu_\mu \rangle$, dunque non è detto che $| \nu_e \rangle$ e $| \nu_\mu \rangle$ siano autovettori dell'operatore di massa, e dunque, che abbiano massa definita.
- In altri termini, se chiamo $| \nu_1 \rangle$ e $| \nu_2 \rangle$ gli autostati della massa, rispettivamente con autovalori m_1 ed m_2 , non è detto che coincidano con $| \nu_e \rangle$ e $| \nu_\mu \rangle$, ma in generale saranno combinazioni lineari di questi vettori.
- Se m_1 ed m_2 sono diversi, $| \nu_1 \rangle$ e $| \nu_2 \rangle$, in quanto autovettori di un osservabile corrispondenti ad autovalori diversi, saranno ortogonali, e dunque costituiscono una nuova base per lo spazio degli stati.
- **Propriamente, in italiano si chiamano autostati gli autovettori dell'operatore hamiltoniano, ma l'uso corrente è di confondere il termine autostato con quello di autovettore; nel corso del capitolo, dunque, autostati e autovettori sono sinonimi.*

Autostati di massa e autostati di flavour (2)

- Gli autostati di massa o di vuoto (ν_1, ν_2) in generale saranno collegati a quelli di flavour (ν_e, ν_μ) prodotti nell'interazione debole mediante una rotazione:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad M | \nu_i \rangle = m_i | \nu_i \rangle \quad i = 1,2$$

- Ossia, lo stato $| \nu_e \rangle$ e' una sovrapposizione lineare dei due stati con massa definita, m_1 ed m_2 .

$$| \nu_e \rangle = \cos \theta | \nu_1 \rangle + \sin \theta | \nu_2 \rangle$$

- Se effettuo una misura di massa su $| \nu_e \rangle$ otterro' i valori m_1 ed m_2 con probabilita' $\cos^2 \theta$ e $\sin^2 \theta$ rispettivamente.
- Cio' che posso definire come massa del neutrino elettronico e' il valor medio dei risultati della misura dell'osservabile massa;

$$m_e = \langle \nu_e | M | \nu_e \rangle = \cos^2 \theta m_1 + \sin^2 \theta m_2 .$$

- Analogamente per il neutrino muonico:

$$m_\mu = \langle \nu_\mu | M | \nu_\mu \rangle = \sin^2 \theta m_1 + \cos^2 \theta m_2 .$$



$\hbar=c=1$

L'Hamiltoniana dei neutrini nel vuoto

- L'Hamiltoniana di una particella nel vuoto e' data da $H=(p^2+M^2)^{1/2}$
- Se e' fissato l'impulso p , allora gli autostati di massa sono anche autostati dell'hamiltoniana, con autovalori $E_i=(p^2+m_i^2)^{1/2}$ e dunque, nella base degli autostati di massa (v_1, v_2) :

$$H_v = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{p^2 + m_1^2} & 0 \\ 0 & \sqrt{p^2 + m_2^2} \end{pmatrix}$$

- In approssimazione ultrarelativistica $E_i \approx p + m_i^2/2p$, per cui posso scrivere l'hamiltoniana nella base di massa come:

$$H_v = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} p + \frac{m_1^2}{2p} & 0 \\ 0 & p + \frac{m_2^2}{2p} \end{pmatrix}$$

- Ricordo che l'hamiltoniana e' definita a meno di una costante, che in meccanica quantistica genera nell'evoluzione temporale una fase uguale per ogni vettore, e dunque irrilevante. Per questo posso togliere il termine comune " p " nell'espressione precedente.
- Analogamente, posso aggiungere un termine comune $-(m_2^2 + m_1^2)/4p$; il risultato, definendo $\Delta m^2 = (m_2^2 - m_1^2)$ e', a meno di costanti inessenziali per l'evoluzione:

$$H_v = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4p} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta m^2}{4p} \end{pmatrix}$$

Evoluzione di neutrini nel vuoto

- Adesso che conosciamo l'hamiltoniana, possiamo studiare l'evoluzione temporale dei neutrini di massa fissata e di quelli con flavour fissato.
- Per i primi, che sono autostati dell'hamiltoniana, l'evoluzione consiste solo in un cambiamento di fase. Partendo dagli stati $| \nu_1 \rangle$ e $| \nu_2 \rangle$, i loro evoluti temporale saranno
- $| \nu_1 (t) \rangle = \exp (+ i \Delta m^2 t / 4p) | \nu_1 \rangle$; $| \nu_2 (t) \rangle = \exp (- i \Delta m^2 t / 4p) | \nu_2 \rangle$
- Consideriamo adesso un neutrino di flavour iniziale fissato, diciamo $| \nu_e \rangle$. Questo puo' essere espresso in termini degli autostati di massa come

$$| \nu_e \rangle = \cos \theta | \nu_1 \rangle + \sin \theta | \nu_2 \rangle$$

- Lo stato evoluto al tempo t sara' dunque:

$$\begin{aligned} | \psi \rangle &= \cos \theta | \nu_1 (t) \rangle + \sin \theta | \nu_2 (t) \rangle \\ &= \cos \theta \exp(+ i \Delta m^2 t / 4p) | \nu_1 \rangle + \sin \theta \exp(- i \Delta m^2 t / 4p) | \nu_2 \rangle \end{aligned}$$

- Si vede dunque che tutto il problema e' definito in termini di due parametri:
 - l'angolo di mescolamento θ
 - la differenza fra le masse quadre dei neutrini $\Delta m^2 = (m_2^2 - m_1^2)$

Probabilità di sopravvivenza e di trasformazione

- I neutrini sono prodotti dalle interazioni deboli in stati di flavour fissato e vengono rivelati mediante interazioni deboli, che proiettano il loro stato di nuovo in uno stato di flavour fissato.
- Consideriamo un ν_e prodotto in un'interazione debole all'istante $t=0$, che si propaga nel vuoto, e vogliamo calcolare la probabilità che venga osservato (ossia che sia rimasto) ν_e dopo un tempo t (probabilità di sopravvivenza):

- Come abbiamo visto, l'evoluzione temporale di uno stato inizialmente ν_e è data da:

$$|\Psi\rangle_t = e^{-iH_\nu t} |\nu_e\rangle = \cos\theta e^{i\frac{\Delta m^2}{4p}t} |\nu_1\rangle + \sin\theta e^{-i\frac{\Delta m^2}{4p}t} |\nu_2\rangle$$

- Proiettando questo vettore su $|\nu_e\rangle$ posso calcolare l'ampiezza di sopravvivenza:

$$A_{ee} = \langle \nu_e | \Psi \rangle_t = \cos^2\theta e^{i\frac{\Delta m^2}{4E}t} + \sin^2\theta e^{-i\frac{\Delta m^2}{4E}t}$$

- E da questa la probabilità di sopravvivenza, cioè che il neutrino nato come ν_e sia ancora tale dopo un tempo t

$$P_{ee} = |A_{ee}|^2 = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2[\Delta m^2 t / (4p)]$$

La probabilità di trasformazione nell'altro flavour, $P_{e\mu}$, si ottiene dalla conservazione della probabilità (unitarietà dell'operatore di evoluzione), ossia $P_{ee} + P_{e\mu} = 1$, da cui

$$P_{e\mu} = 1 - P_{ee} = \sin^2 2\theta \sin^2[\Delta m^2 t / (4p)]$$

- Notare che si ha oscillazione se e solo se $\theta \neq 0$ e $\Delta m^2 \neq 0$

- Notare inoltre che le probabilità dipendono dall'impulso dei neutrini p

Evoluzione di neutrini in funzione della distanza: la lunghezza di oscillazione nel vuoto

- Supponiamo di osservare i neutrini a una distanza L dalla zona di produzione. I neutrini viaggiano a velocità (prossime a quelle) della luce, per cui possiamo porre $v=c$; il tempo impiegato sarà dunque $t=L/c$ ovvero $t=L$ se si usa $c=1$
- Osservo inoltre che i neutrini sono ultrarelativistici, per cui posso approssimare l'impulso p con l'energia E .
- Possiamo dunque riscrivere la probabilità di sopravvivenza e di trasformazione come $P_{ee} = |A_{ee}|^2 = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2[\Delta m^2 L / (4E)]$ e $P_{e\mu} = \sin^2 2\theta \sin^2[\pi L / L_\nu]$
- È utile introdurre la lunghezza di oscillazione, L_ν definita come quella distanza alla quale l'oscillazione si è completata, quindi la fase deve essere pari a π , ossia

$$L_\nu = 4\pi E / \Delta m^2$$

In termini di L_ν si ha:

$$P_{ee} = |A_{ee}|^2 = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2[\pi L / L_\nu]$$

- La lunghezza di oscillazione è il parametro più importante per esperimenti di oscillazione, perché se $L \ll L_\nu$ non si hanno oscillazioni ($P_{ee}=1$, $P_{e\mu}=0$); occorre avere $L \approx L_\nu$ ovvero più grande per poter osservare effetti delle oscillazioni. Per ottenerla in unità ordinarie, occorre “sistemare” \hbar e c

$$L_\nu = \frac{4\pi E \hbar c}{\Delta m^2 c^4} = 2.5m \left(\frac{eV^2}{\Delta m^2} \right) \left(\frac{E}{MeV} \right)$$

Sensibilita' dei vari esperimenti

Il parametro di merito di un esperimento e' la scala di differenze di massa che puo' esplorare, cioe' per cui $L \approx L_{\nu}$

Questa dipende dalla distanza fra sorgente e rivelatore e dall'energia dei neutrini in gioco, come mostrato dalla tabella

Sorgente di ν	$\langle E_{\nu} \rangle$	L	$\Delta m^2 [\text{eV}^2]$
reattori	$\sim \text{MeV}$	$\sim 10 \text{ m}$	10^{-1}
sole	$\sim \text{MeV}$	$\sim 150 \text{ Mkm}$	$10^{-10} - 10^{-11}$
reattori "long-base"	$\sim \text{MeV}$	$\sim 150 \text{ km}$	10^{-5}
acceleratori	$\sim 10 \text{ GeV}$	$\sim 100 \text{ m}$	1-10
atmosferici	$\sim \text{GeV}$	$\sim 6000 \text{ km}$	$10^{-2} - 10^{-3}$
acceleratori "long-base"	$\sim \text{GeV}$	$\sim 150 \text{ km}$	10^{-3}

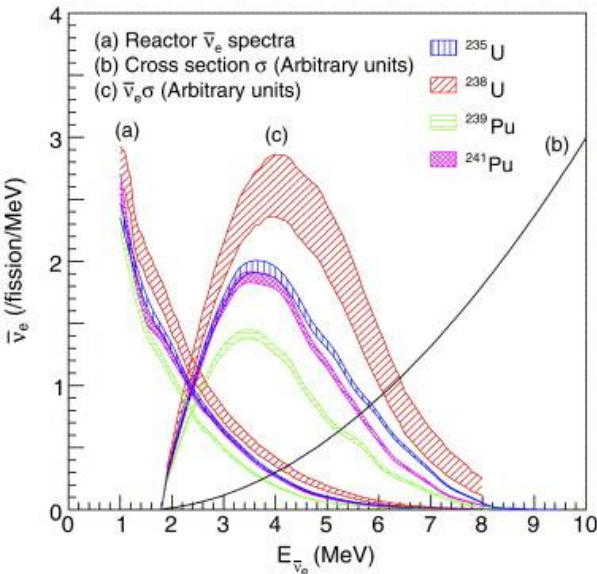
Esperimenti di scomparsa e di apparizione



- In linea di principio, ho due modi per verificare l'esistenza del fenomeno di oscillazione:
 - a) disappearance: produco neutrini di un flavour, e vado a rivelare neutrini nello **stesso** flavour dopo un tratto L . Se si e' in presenza di oscillazioni, in genere trovero' meno neutrini di quelli che c'erano alla partenza
 - b) appearance: produco neutrini di un flavour, e vado a rivelare neutrini di flavour **diverso** dopo un tratto L
- In un esperimento di disappearance, bisogna essere certi dei neutrini che sono prodotti. Per lungo tempo, i risultati di esperimenti con neutrini solari, ideati per rivelare neutrini elettronici, davano risultati inferiori alle previsioni. Cio' poteva essere interpretato come un esperimento di disappearance, ma non si era certi delle previsioni sui neutrini prodotti nel sole
- Adesso abbiamo esperimenti di disappearance con antineutrini elettronici da reattori nucleari, in cui si e' certi sul numero dei neutrini prodotti.
- Abbiamo inoltre esperimenti di appearance di neutrini solari, in cui si e' in grado di rivelare sia i neutrini elettronici, che quelli di altre famiglie.
- Abbiamo inoltre esperimenti con acceleratori e con neutrini atmosferici, per cui si e' certi del fenomeno di oscillazione.

Esperimenti con reattori per le oscillazioni di anti- ν_e

- Ai reattori vengono prodotti antineutrini elettronici con energie dell'ordine di qualche MeV
- La rivelazione avviene mediante reazioni di corrente carica $\text{anti-}\nu_e + p \rightarrow n + e^+$
- Gli eventuali neutrini di altri flavour prodotti sono “sterili”, perche' la reazione di CC $\text{anti-}\nu_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$ richiede energie molto piu' alte ($m_\mu=106$ MeV)
- Quindi si possono fare solo esperimenti di tipo “disappearance”, ossia si misura la probabilita' di sopravvivenza dei neutrini, mediata sullo spettro energetico dei neutrini* :



$$\langle P_{ee}(L) \rangle = \frac{\int dE \frac{d\Phi}{dE} P_{ee}(E, L)}{\int dE \frac{d\Phi}{dE}}$$

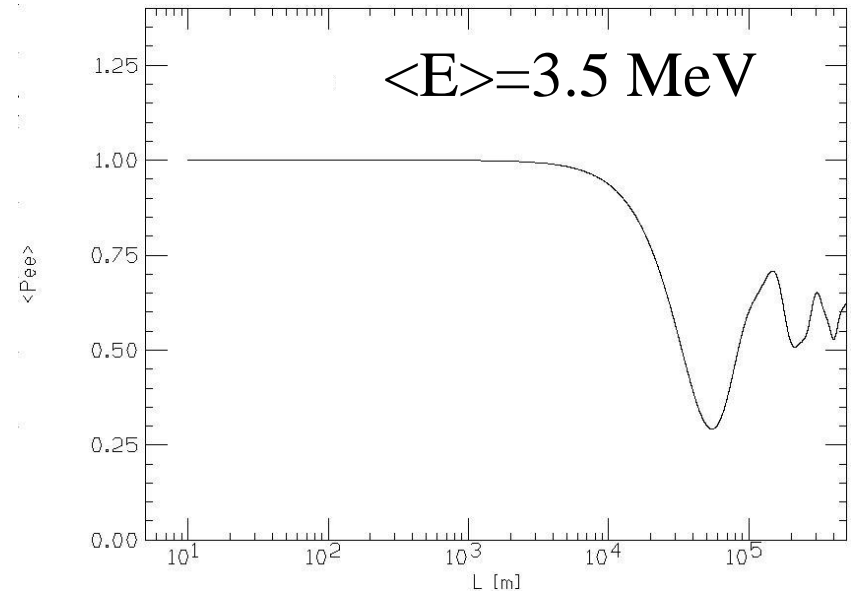
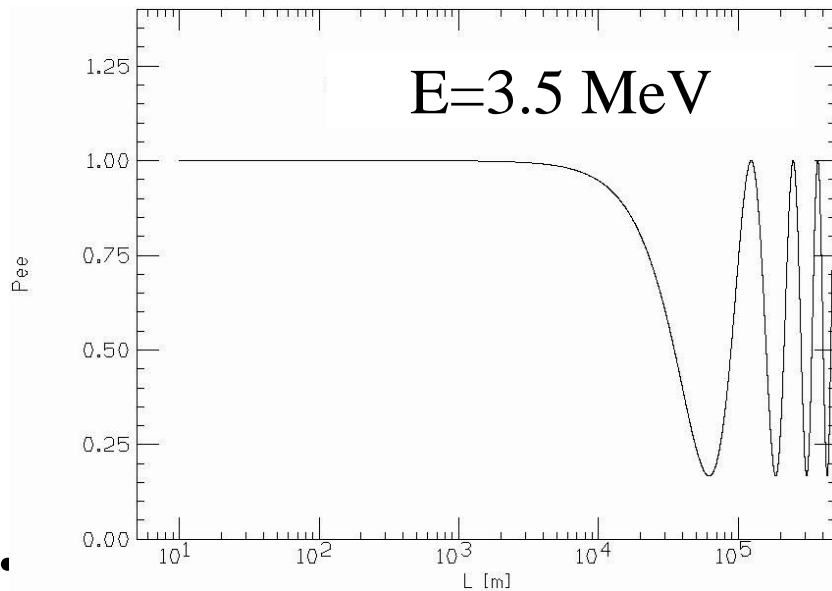
$$P_{ee}(E, L) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2[\Delta m^2 L / (4E)]$$

* In realta' la probabilita' e' mediata anche sulla sezione d'urto

Probabilità e probabilità media

$$P_{ee}(E, L) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2[\Delta m^2 L / (4E)]$$

- La probabilità di sopravvivenza ad una fissata energia, oppure quella mediata sullo spettro energetico di un reattore, hanno caratteristiche simili, ma anche alcune differenze. Le due figure mostrano la situazione per $\Delta m^2 = 7 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta = 0.8$, i parametri essendo scelti per ragioni che si capiranno in seguito



- Se è fissa l'energia, la probabilità di sopravvivenza P_{ee} oscilla fra 1 e $1 - \sin^2 2\theta$
- Se ho tante energie su cui mediare, il termine oscillante contenente l'energia tende a $1/2$, quindi l'andamento di $\langle P_{ee} \rangle$ è il seguente:

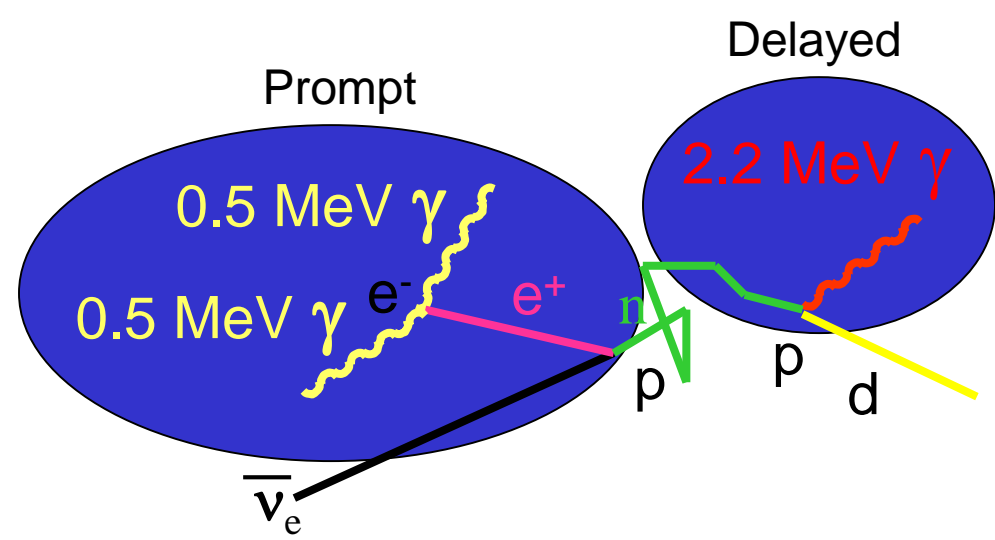
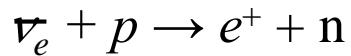
1) per distanze "piccole": $\langle P_{ee} \rangle = 1$

2) per distanze "grandi": $\langle P_{ee} \rangle = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta$

dove piccolo e grande sono riferite a L_ν calcolato all'energia media dei neutrini prodotti, per $\langle E \rangle = 3.5 \text{ MeV}$ $L_\nu \approx 10^5 \text{ m}$

Il metodo di rivelazione degli antineutrini

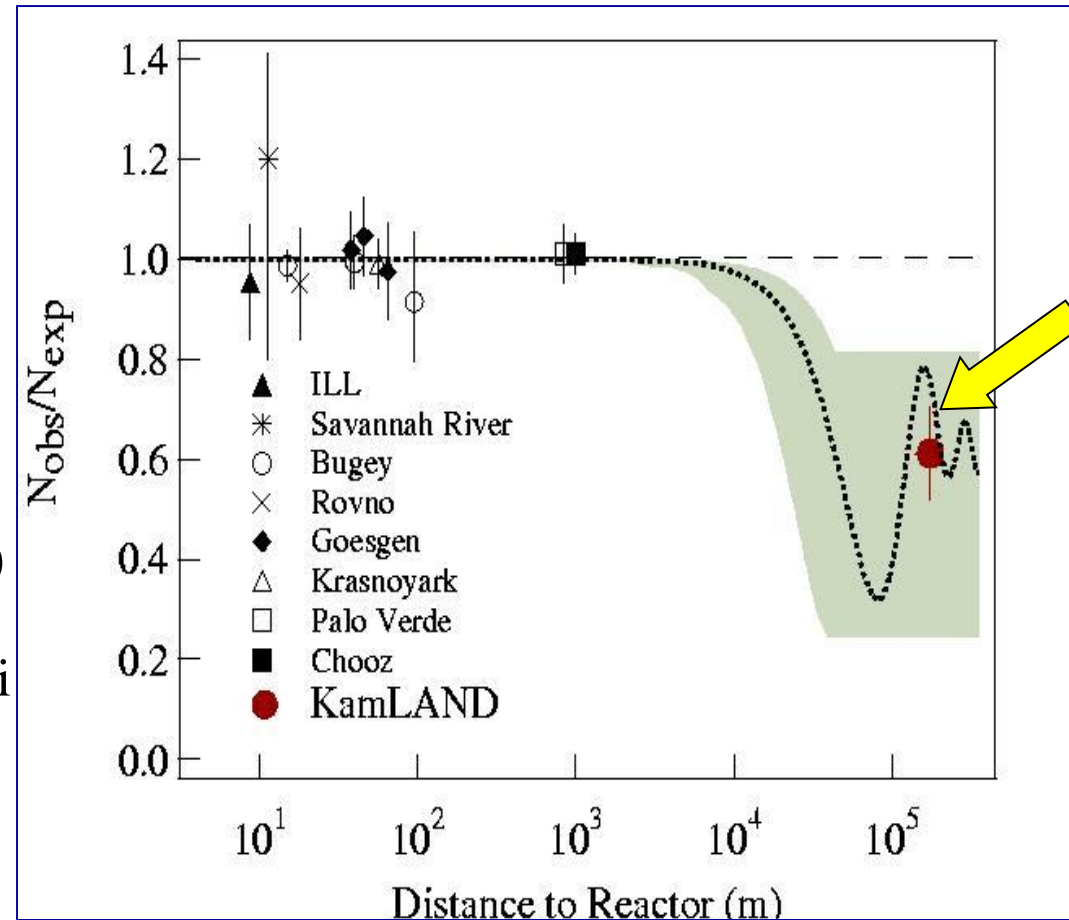
- E' il metodo classico per la reazione beta inverso



- I protoni bersaglio sono quelli contenuti nello scintillatore organico, C_nH_{2n} ,
- Il positrone perde energia mentre rallenta e infine si annichila con un elettrone.
- L'energia rilasciata dall'elettrone e' pari a quella del neutrino, meno la soglia della reazione (1.8 MeV), piu' l'energia di annichilazione (1MeV). In conclusione, l'energia visibile nel segnale prompt e' pari a quella del neutrino meno 0.8 MeV
- Il neutrone termalizza, e quindi, dopo un tempo medio di $\sim 200\mu s$ viene catturato da un protone, emettendo un gamma da 2.2 MeV

Il risultato di KamLAND: la prova delle oscillazioni di neutrino

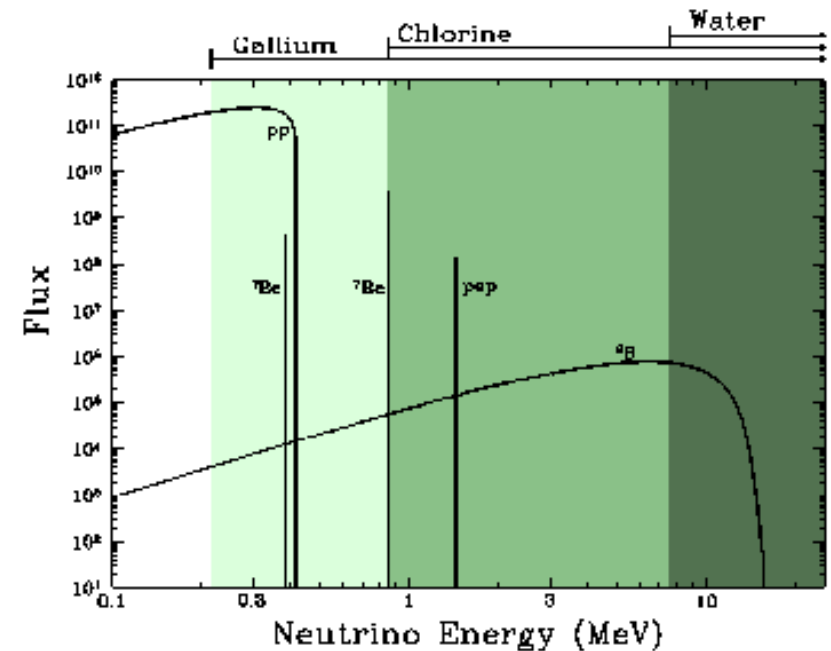
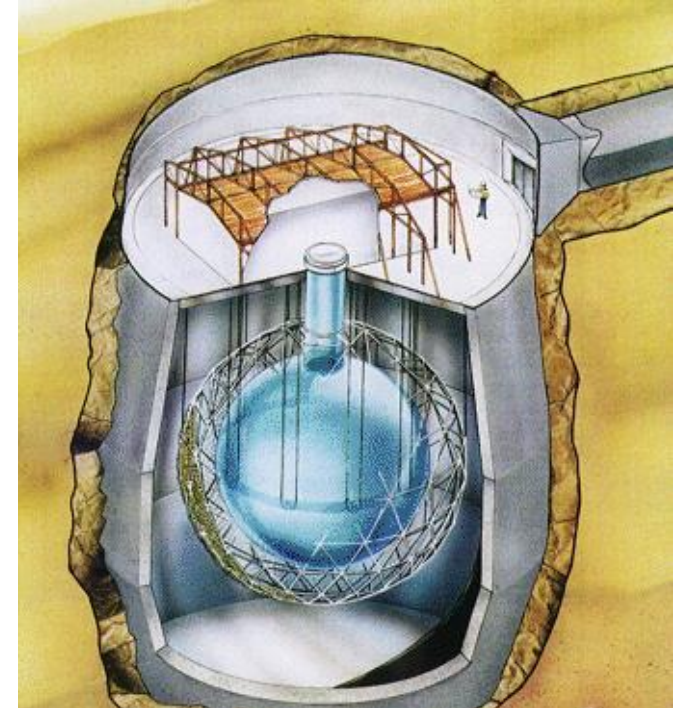
- La figura riassume i risultati di 50 anni di esperimenti a reattori.
- Nel 2002 KamLAND ha rivelato interazioni di $\bar{\nu}_e$ da reattori con $L \approx 200$ km
- Solo 60% degli $\bar{\nu}_e$ sopravvive nel viaggio sorgente-detector.
- I neutrini oscillano:
 - 1) siccome $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2 \neq 0$, almeno per un neutrino si ha $m \neq 0$
 - 2) Il numero leptonico di famiglia non è conservato esattamente, ma si conserva solo su distanze piccole rispetto alla lunghezza di oscillazione dei neutrini.



Best fit: $\sin^2 2\theta = 0.92$ [PRL 90 (2003) 021802]
 $\Delta m^2 = 7.6 \times 10^{-5} eV^2$

SNO: l'esperienza di apparizione

- SNO (Sudbury Neutrino Observatory) ha fornito lo “smoking gun” delle oscillazioni, ossia ha rivelato interazioni dei neutrini trasformati dal neutrino originario.
- SNO e' situato in una miniera di nickel a sudbury, in Canada, a una profondita' di 6000 m.w.e, ossia circa 2000 m sotto il livello del suolo
- Utilizza 1000 tonnellate di D_2O , circondate da circa 10.000 fototubi
- Osserva le reazioni indotte dai neutrini solari del boro, la componente di piu' alta energia dei neutrini solari
- Il punto importante e' che e' sensibile sia a neutrini di tipo elettronico che a neutrini di altri flavour.



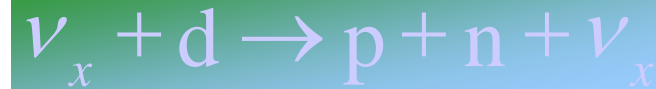
Reazioni indotte da neutrini in SNO

CC



Questa reazione puo' essere indotta solo da neutrini elettronici. Gli elettroni vengono diffusi in modo approssimativamente isotropo. Il segnale e' dato dalla radiazione Cerenkov degli elettroni

NC



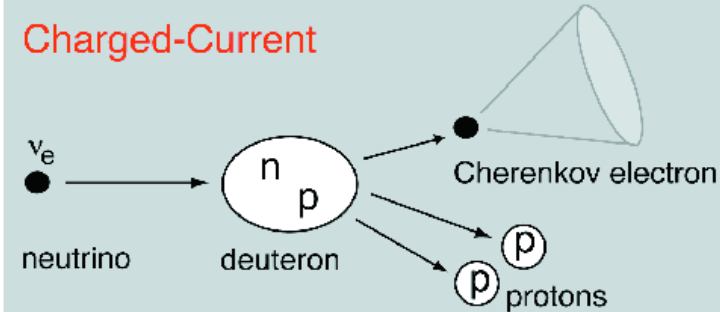
Questa reazione puo' essere indotta da ogni tipo di neutrino, con uguale sezione d'urto. Il segnale e' dato dalla cattura dei neutroni, su sali

ES

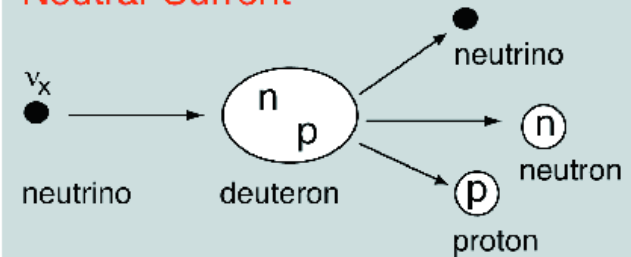


Questa reazione puo' essere indotta dai ν_e , ma anche dagli altri tipi di neutrino, che pero' hanno sezione d'urto piu' piccola (1/6). Gli elettroni sono correlati con la direzione del neutrino, e sono rivelati tramite la loro radiazione Cerenkov.

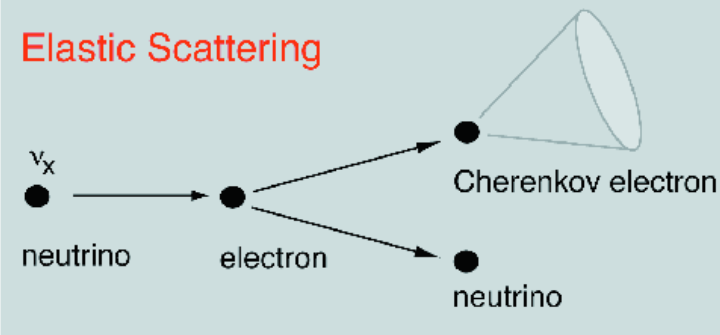
Charged-Current



Neutral-Current

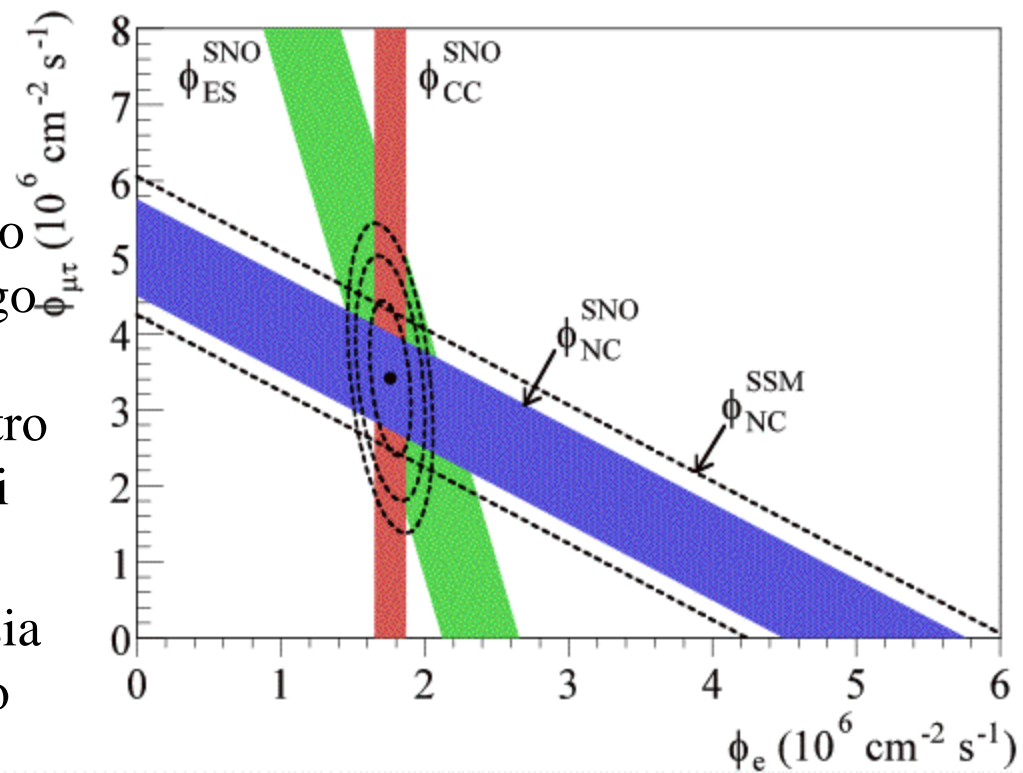


Elastic Scattering



I risultati di SNO

- I risultati delle diverse misure possono essere riportati in un piano in cui lungo l'asse orizzontale c'è il flusso di neutrini elettronici, mentre lungo l'altro asse il flusso degli altri tipi di neutrini
- Le interazioni **NC** misurano il flusso totale, e quindi $\phi = \phi_e + \phi_{\mu\tau}$. Quale che sia stato il loro destino, questo è il flusso dei neutrini che sono partiti dal sole come elettronici.
- Le interazioni **CC** rivelano solo i neutrini elettronici, e dunque sono descritte da una banda verticale.
- Le interazioni di scattering elettronico, **ES**, misurano un flusso effettivo $\phi = \phi_e + 1/6 \phi_{\mu\tau}$ poiché la sezione d'urto dei $\nu_{\mu,\tau}$ è 1/6 di quella dei ν_e



- Il risultato importante è che le curve si intersecano in punto in cui $\phi_{\mu\tau} \neq 0$
- I risultati per i singoli flussi sono, nelle unità della figura:

$$\phi_{CC}^{SNO} = 1.67^{+0.05}_{-0.04}(\text{stat})^{+0.07}_{-0.08}(\text{syst})$$

$$\phi_{ES}^{SNO} = 1.77^{+0.24}_{-0.21}(\text{stat})^{+0.09}_{-0.10}(\text{syst})$$

$$\phi_{NC}^{SNO} = 5.54^{+0.33}_{-0.31}(\text{stat})^{+0.36}_{-0.34}(\text{syst}),$$

La probabilità di sopravvivenza nel vuoto e in materia

- Ci si aspetterebbe che mediando sull'energia dopo una base lunga come la distanza terra sole la probabilità di sopravvivenza raggiunga il valore asintotico

$$\langle P_{ee} \rangle = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta$$

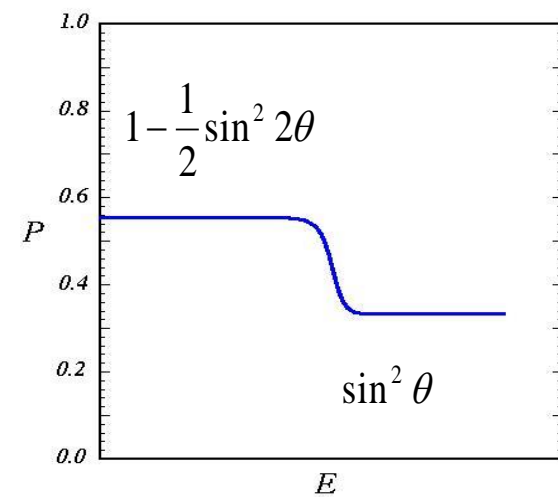
- Da KamLAND abbiamo visto che l'angolo di mescolamento è circa massimale, dunque ci aspetteremmo

$$\langle P_{ee} \rangle \approx 0.54$$

- Il risultato di SNO è

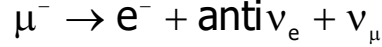
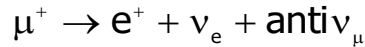
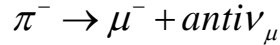
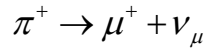
$$\langle P_{ee} \rangle = \frac{\phi_{CC}^{SNO}}{\phi_{NC}^{SNO}} = 0.301 \pm 0.033(\text{total}).$$

- I risultati sono diversi, ma non contraddittori. La differenza è dovuta al fatto che i neutrini che attraversano il sole hanno interazioni con la materia, che sono diverse per i neutrini elettronici rispetto agli altri.
- Questo fa sì che l'angolo di mescolamento in materia sia diverso da quello nel vuoto, e dipendente dall'energia. La spiegazione di questo fatto va oltre i limiti di questo corso, ma è riassunta in appendice per gli interessati. Il risultato è mostrato in figura.
- A bassa energia si ritrova il risultato “di vuoto”, mentre ad energie più alte, come quelle del Boro, la probabilità di sopravvivenza è inferiore.

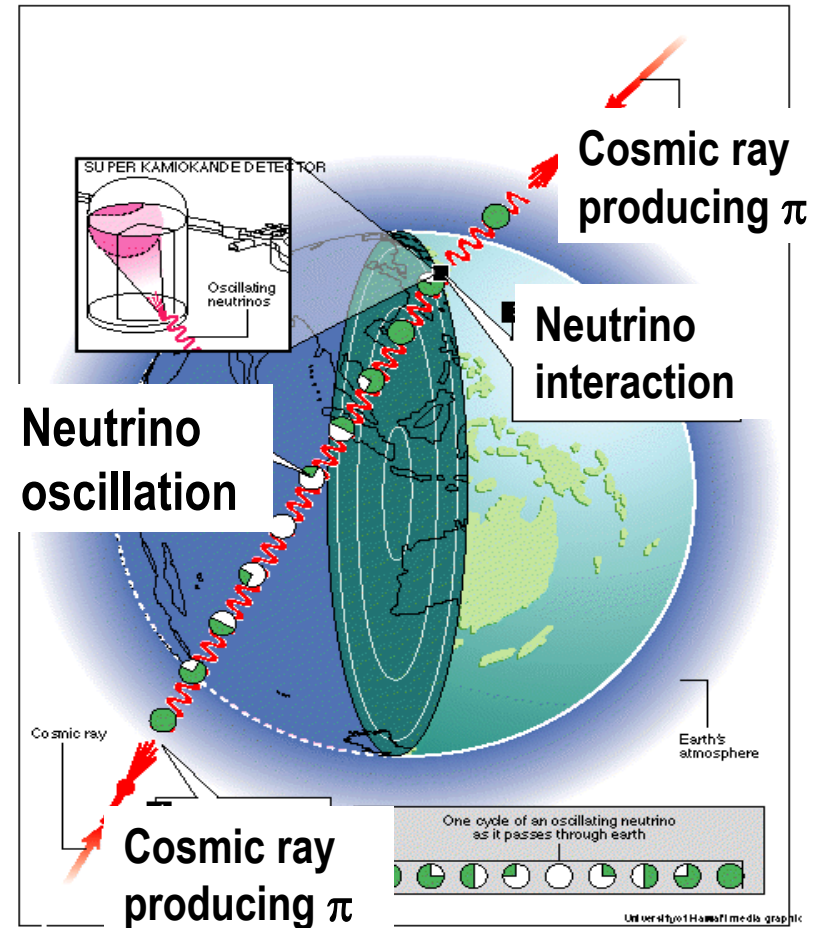


Neutrini atmosferici

- Dall'interazione dei raggi cosmici primari (p, α) con i nuclei dell'atmosfera vengono prodotti pioni e da questi neutrini e antineutrini muonici ed elettronici:

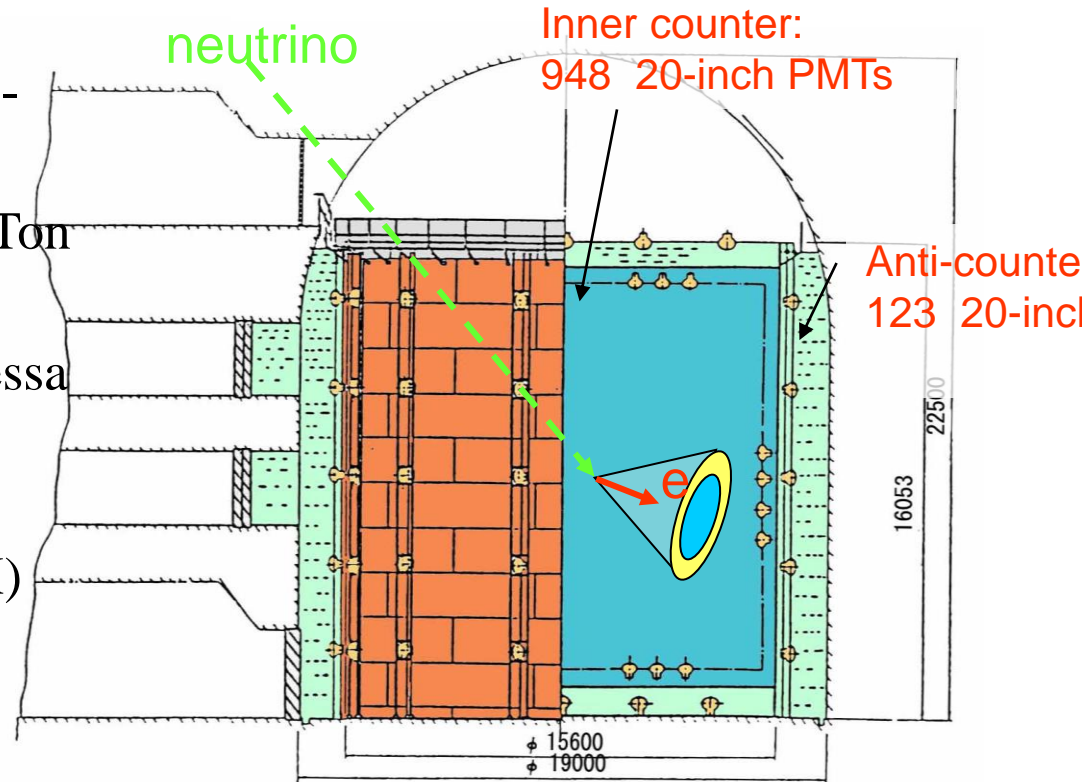


- Ci si aspetta che il numero di eventi "muonici" sia il doppio del numero di eventi "elettronici"
- Lo spettro energetico di questi neutrini e' molto ampio: MeV- 10^3 TeV, ma il picco e' attorno a 1 GeV.



Neutrini atmosferici: rivelazione (1)

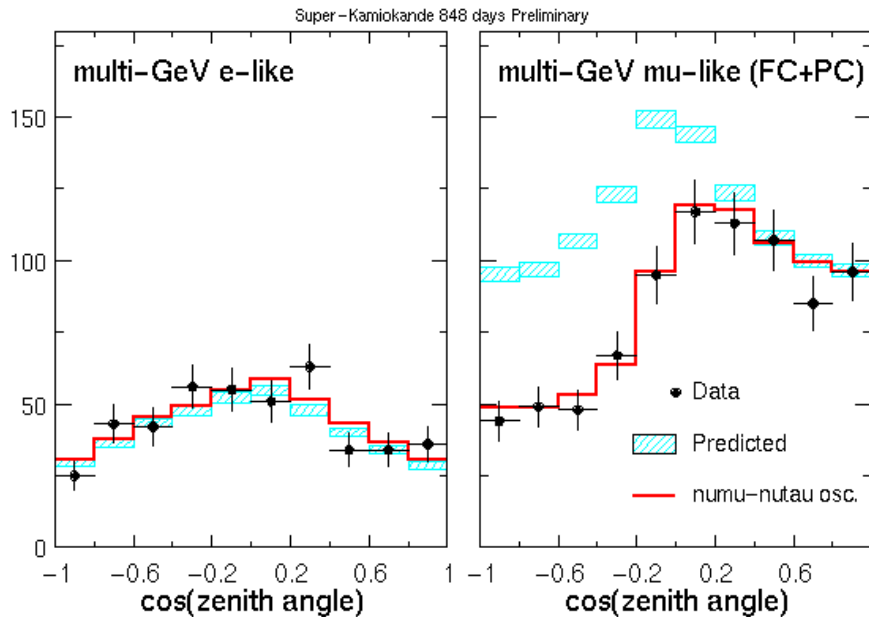
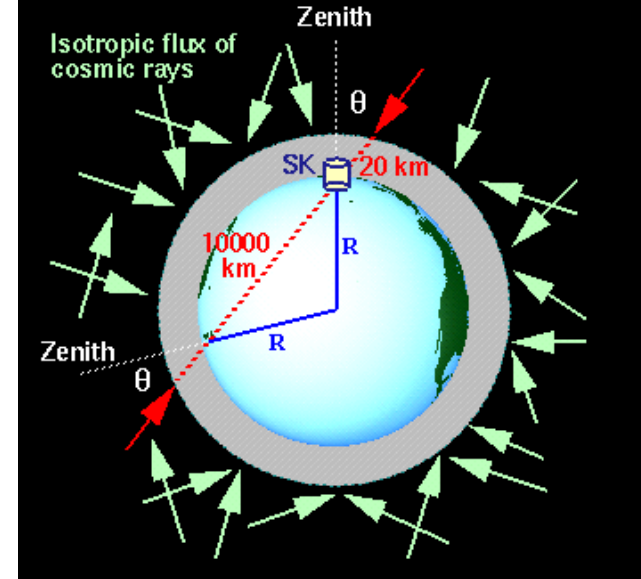
- Esperimento Kamiokande(1986-1996)
- In un miniera in Giappone, 3 KTon di H₂O,
- Si rivela la luce Cherenkov emessa dai leptoni prodotti dalla interazione dei neutrini con i nuclei di H e O ($\nu + N \rightarrow l + X$)
- Si riesce a distinguere evento muonico da evento elettronico
- Il primo dato osservativo e' stato una anomalo numero di eventi "muonici" rispetto al numero di eventi elettronici:



$$R = \left(\frac{\nu_{\mu} + \text{antiv}_{\mu}}{\nu_e + \text{antiv}_e} \right)_{\text{obs}} / \left(\frac{\nu_{\mu} + \text{antiv}_{\mu}}{\nu_e + \text{antiv}_e} \right)_{\text{cal}} = 0.63 \pm 0.04$$

Neutrini atmosferici: rivelazione (2)

- Esperimento Super-Kamiokande: 50 KTon, 11000 fototubi, 1000 m di profondita'
- Si confronta inoltre il numero di neutrini che vengono da "sopra" il rivelatore con quelli che vengono da "sotto". Questi ultimi hanno percorso piu' strada, hanno infatti attraversato tutta la terra, a hanno quindi maggior probabilita' di essere oscillati.

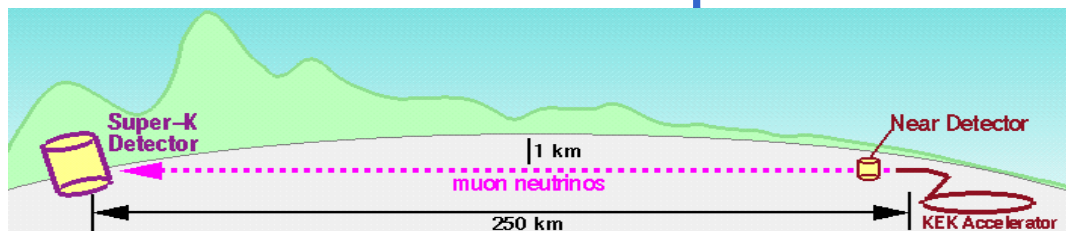


- Si osserva una soppressione azimutale del segnale "muonico", mentre quello elettronico e' NON soppresso
- Consistente con oscillazione $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ con:

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = 1$$

$$\Delta\tilde{m}^2 = 2.2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

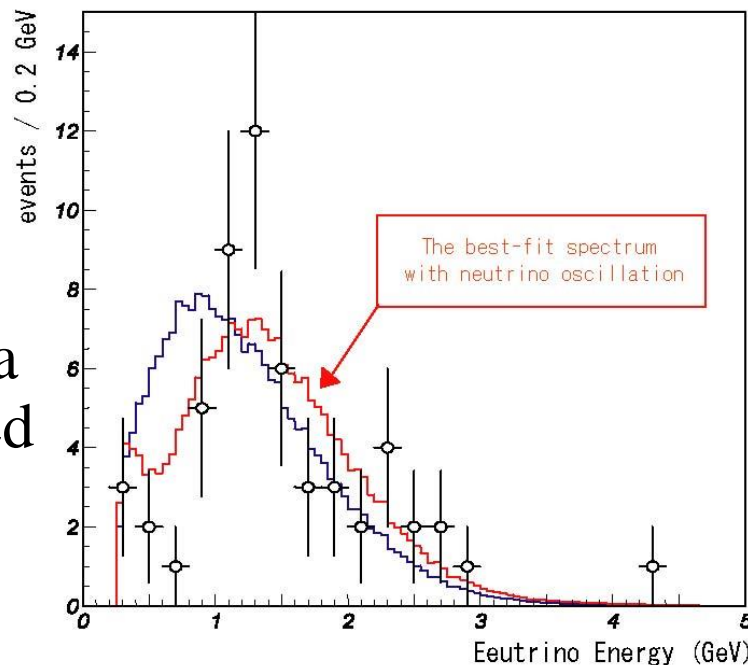
Neutrini da acceleratore: esperimento K2K



- Fascio di neutrini muonici: esperimento di sparizione con “lunga base” (d=250 Km)
- Rivelatore vicino :1 Kton di H2O: misura il numero di eventi e lo spettro prima dell’oscillazione
- Rivelatore lontano: 50 Kton, rivela una diminuzione del numero degli eventi ed una deformazione dello spettro
- Oscillazione $\nu_\mu \rightarrow ?$ con:

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = 1 \quad \Delta\tilde{m}^2 = 2.8 \times 10^{-3} eV^2$$

- Consistente con i risultati dei neutrini atmosferici su $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$



Il quadro delle oscillazioni

- Ai reattori vedo che anti- ν_e oscillano in altri tipi di neutrini. Si e' visto che anche i ν_e provenienti dal sole oscillano. La differenza di masse quadre e' tipicamente

$$\Delta m^2 \approx 7 \cdot 10^{-5} eV^2$$

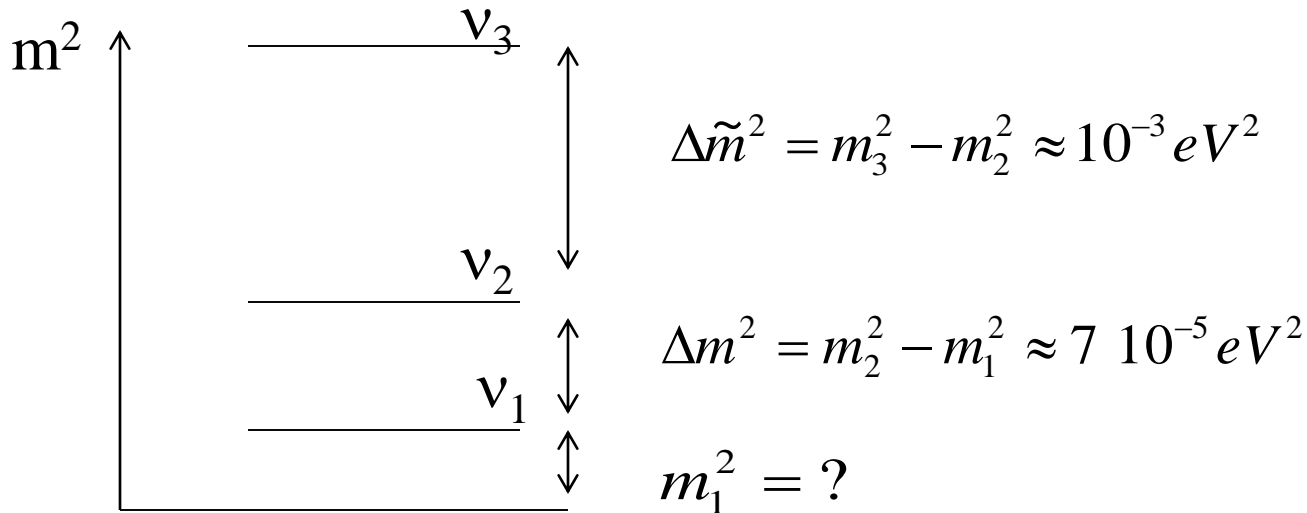
- Dallo studio dei neutrini atmosferici (ed acceleratori long-base) si osservano oscillazioni dei ν_μ in ν_τ con una differenza di masse quadre dell'ordine di:

$$\Delta \tilde{m}^2 \approx 2 \cdot 10^{-3} eV^2$$

- Da notare che si tratta di due processi diversi in cui sono coinvolte differenze di masse quadre diverse

Il quadro delle masse dei neutrini

- L'esistenza dei due processi di oscillazione ci dice che ho almeno due autostati di massa le cui masse sono non nulle



- La scala assoluta di massa (m_1^2) ci e' ignota.
- Esperimenti per la misura diretta della massa di $\text{anti}\nu_e$ dal decadimento del trizio ($m_{\nu_e} < 3 \text{ eV}$) danno informazioni su tutti gli m_i :

$$m_{\nu_e}^2 = A(\theta) m_1^2 + B(\theta) m_2^2 < 10 eV^2$$

$$m_{1,2}^2 < 10 eV^2 \pm O(10^{-4} eV^2)$$

$$m_3^2 < 10 eV^2 \pm O(10^{-3} eV^2)^4$$

Appendice

- La rivelazione dei neutroni in SNO
- La propagazione dei neutrini in materia

SNO – used 3 neutron detection methods

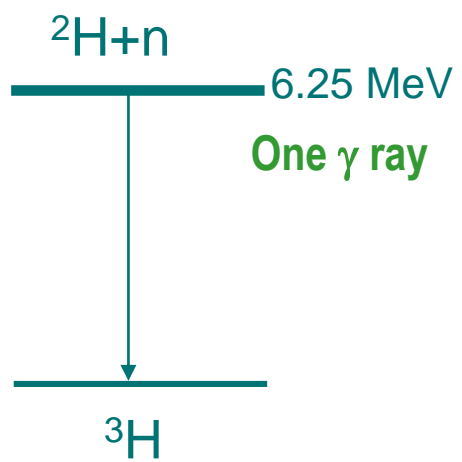
(→ 3 “different detectors” with possibly different systematics)

Phase I (D₂O)

Nov. 99 - May 01

Published

n captures on
 $^2\text{H}(n, \gamma)^3\text{H}$
 $\sigma = 0.0005 \text{ b}$
 Observe 6.25 MeV γ
 PMT array readout
 Good CC

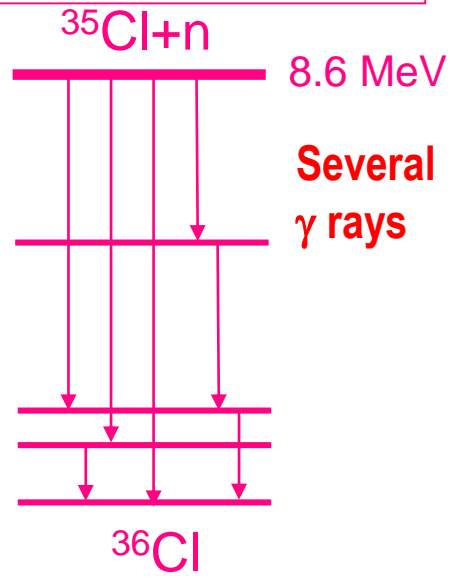


Phase II (salt)

July 01 - Sep. 03

Published

2 t NaCl. n captures on
 $^{35}\text{Cl}(n, \gamma)^{36}\text{Cl}$
 $\sigma = 44 \text{ b}$
 Observe multiple γ 's
 PMT array readout
 Enhanced NC

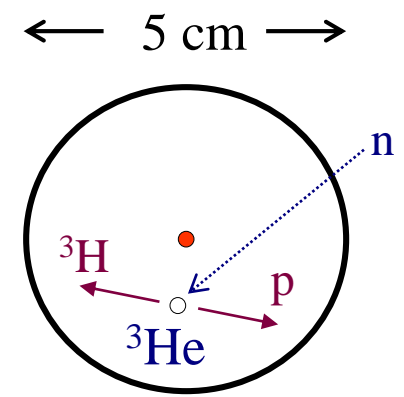


Phase III (^3He)

Summer 04 - Dec. 06

In Progress

36 proportional counters
 $^3\text{He}(n, p)^3\text{H}$
 $\sigma = 5330 \text{ b}$
 Observe p and ^3H
 PMT-independent
 readout, event by event



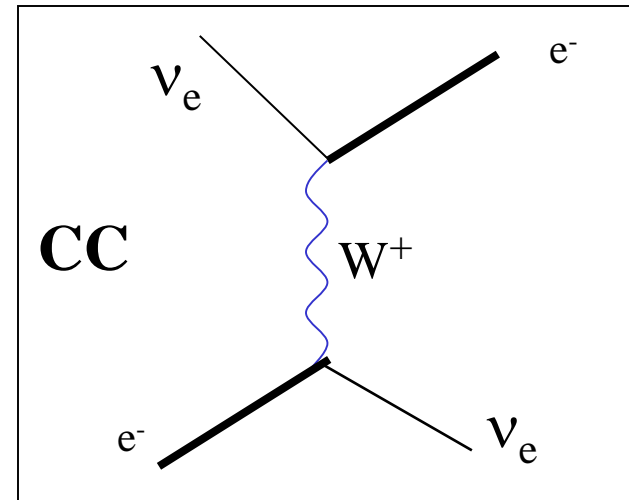
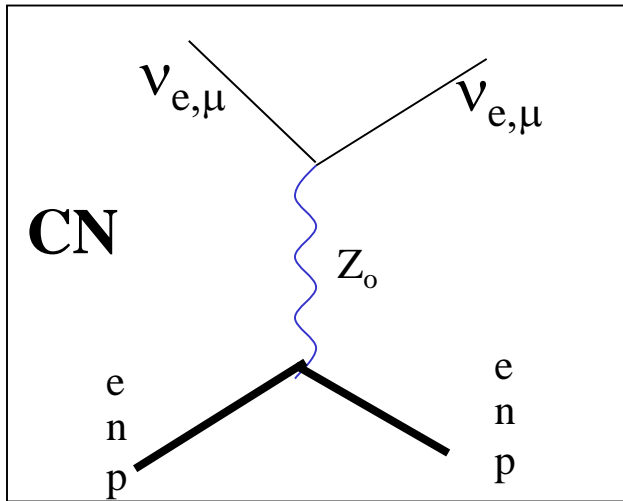
La propagazione dei neutrini in materia

- Nel capitolo precedente, abbiamo visto come si propagano i neutrini nel vuoto, ma che succede quando questi attraversano materiali?



Propagazione dei neutrini nella materia

- Sino ad ora abbiamo considerato dei neutrini si propagano nel vuoto. Ma i neutrini prodotti nel sole ad esempio, prima di essere rivelati, attraversano sia materia solare che terrestre.
- I neutrini interagiscono con la materia sia attraverso interazioni di corrente neutra CN (scambio di Z_0) che attraverso interazioni di corrente carica CC (scambio di W^{+-}).



- **NOTA BENE:**
 - 1) la CN induce produce le collisioni elastiche $\nu + N \rightarrow \nu + N$, dove $N=p,n$ che non sono mediate da processi di CC.
 - 2) la CN non distingue il flavour, cioè le interazione di corrente neutra dei neutrini con la materia hanno la stessa ampiezza per tutti i tipi di neutrini.
 - 3) Nella materia ordinaria (e,n,p) solo il neutrino elettronico ha interazioni di corrente carica con la materia

L'Hamiltoniana di interazione con la materia (1)

- L'Hamiltoniana di interazione coerente con la materia ordinaria conterra' i termini di interazione di corrente neutra (CN) e termini di interazione di corrente carica (CC). Nella base di flavour posso scrivere:

$$H_m = \begin{pmatrix} V_{CC} + U_{CN} & 0 \\ 0 & U_{CN} \end{pmatrix}$$

- Dal momento che le interazioni di corrente neutra non dipendono dal flavour, U_{CN} contribuisce a H_m con un multiplo dell'identita'. Introduce quindi solo fattori di fase nell'evoluzione temporale di uno stato di flavour ed e' quindi ininfluente ai fini dell'evoluzione degli stati di flavour.
- Resta quindi da calcolare il solo contributo di corrente carica

Cenni sul calcolo del potenziale di interazione di CC

- Ricordo che il “potenziale” di interazione EM di un elettrone con un altro elettrone e' $V(r)=e^2/r$, per cui l'energia di interazione con una distribuzione di carica con densita' numerica n_e sara' del tipo
$$V_\gamma(r) \cong \int d^3r' \frac{e^2}{|r-r'|} n_e(r')$$

- L'energia di interazione CC di un neutrino con una distribuzione di elettroni n_e sara' invece del tipo:
$$V_{CC}(r) \cong \int d^3r' \frac{e^2}{|r-r'|} n_e(r') e^{-|r-r'|/r_w} \quad r_w = 1/M_w$$

- Per neutrini a bassa energia ($\ll M_w$) siamo nell'approssimazione di interazione di contatto [$r_w \rightarrow 0$] e diventa:
$$V_{CC} \cong e^2 r_w^2 n_e = \frac{e^2}{m_w^2} n_e \cong G_F n_e$$

dove G_F =costante di Fermi $\approx 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

- In altre parole, dal momento che l'interazione debole (nel limite delle basse energie) e' un'interazione di contatto, il neutrino “sente” la distribuzione di carica che lo circonda nelle immediate vicinanze. Nel caso dell'interazione EM invece l'elettrone sente anche le cariche piu' lontane, essendo l'interazione EM una interazione a range infinito.
- I calcoli piu' precisi condotti da Wolfenstein nel 1978 hanno portato a:

$$V_{CC} = \sqrt{2} G_F n_e$$

L'Hamiltoniana di interazione con la materia (2)

- A questo punto siamo in grado di scrivere l'hamiltoniana di interazione corente con la materia ordinaria, nella base di flavour:

$$\begin{aligned}
 H_m &= \begin{pmatrix} V_{CC} + U_{CN} & 0 \\ 0 & U_{CN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + U_{CN} Id \\
 &= \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F n_e & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \dots = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_F n_e & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}G_F n_e \end{pmatrix} + \dots
 \end{aligned}$$

- Dove $+\dots$ significa a meno di termini che sono multipli dell'identita' e per ottenere l'ultimo passaggio ho aggiunto un termine $-\sqrt{2} G_F n_e$
- Osservo che quest'ultima quantita' ha dimensioni $[E^{-2} E^3] = [E^{-1}]$ nel sistema di unita' naturali, come ovvio trattandosi di un'energia. In unita' ordinarie e' dunque $[L^{-1}]$. Definisco una lunghezza di rifrazione come

$$L_{rif} = \frac{2\pi(\hbar c)}{\sqrt{2}G_F n_e} \cong 10^4 \text{ Km} \left(\frac{10^{24} \text{ cm}^{-3}}{n_e} \right)$$

- Ricordo che per la propagazione di neutrini nel vuoto avevamo introdotto la lunghezza di oscillazione nel vuoto

$$L_\nu = \frac{4\pi E(\hbar c)}{\Delta m^2} = 2.5m \left(\frac{eV^2}{\Delta m^2} \right) \left(\frac{E}{MeV} \right)$$

- Sara' il confronto fra questi due termini a dedicdere sulla propagazione dei neutrini in materia

Hamiltoniana di vuoto nella base di flavour

$$\hbar=c=1$$

- Ricordando la relazione fra le due basi:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

θ =angolo di mixing nel vuoto

$$\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 > 0$$

- Posso scrivere la Hamiltoniana nel vuoto nella base (ν_e, ν_μ) , a meno di multipli dell'identità':

$$H_\nu = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta m^2}{4E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

Hamiltoniana totale= vuoto+materia.

- L'Hamiltoniana totale che descrive la propagazione di neutrini nella base di flavour e quindi data da, a meno di multipli dell'Id:

$$H_{tot} = H_v + H_m = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta - \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \end{pmatrix}$$

- Notare i due contributi: 1) di massa $\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta$ e 2) di materia $\frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2}$

Quando $\frac{\Delta m^2}{4E} > \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2}$, ossia $L_V < L_M$ si dice che l'oscillazione e' dominata dalla massa e siamo nel caso delle oscillazioni di vuoto Nel caso contrario, si dice che l'oscillazione e' dominata dalla materia.

- L'equazione di evoluzione degli stati di flavour sara' allora :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = H_{tot} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

- In generale per trovare la probabilita' di oscillazione bisogna integrare numericamente l'eq. di evoluzione. Se pero' la densita' di materia e' costante le cose si semplificano

Angolo di mescolamento in materia

$$\hbar=c=1$$

- L'Hamiltoniana completa non è dunque diagonale nella base di massa e neanche in quella di flavour.
- Può tuttavia essere diagonalizzata in una nuova base, che chiamiamo degli autostati di materia e indichiamo con $|v_{i_m}\rangle$
- Per far ciò, è necessaria una rotazione di un angolo θ_m .

$$\begin{pmatrix} v_e \\ v_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_m & \sin\theta_m \\ -\sin\theta_m & \cos\theta_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1_m} \\ v_{2_m} \end{pmatrix}$$

θ_m = angolo di mixing in materia

- Si dimostra che il nuovo angolo di mescolamento è dato da

$$\sin 2\theta_m = \frac{\left(\frac{\Delta m^2}{4E}\right) \sin 2\theta}{\sqrt{\left(\frac{\Delta m^2}{4E}\right)^2 \sin^2 2\theta + \left(\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta - \frac{\sqrt{2}G_F n_e}{2}\right)^2}}$$

e che i due autovalori sono separati di $\Delta^2/2E$ dove:

$$\Delta^2 = \Delta m^2 \sin 2\theta / \sin 2\theta_m$$

In conclusione, si ritrova lo stesso formalismo delle oscillazioni di vuoto pur di sostituire: $\Delta m^2 \rightarrow \Delta^2$ e $\theta \rightarrow \theta_m$

Probabilità di oscillazione in materia a densità cost.

- Quindi la probabilità che un neutrino elettronico con energia E si sia trasformato in neutrino di altro flavour dopo aver percorso un tratto L in materia ordinaria a densità costante e :

$$P_{e\mu} = \sin^2 2\theta_m \sin^2 \left[\frac{\Delta^2}{4E} L \right]$$

$$= \frac{\left(\frac{\Delta m^2}{4E} \right)^2 \sin^2 2\theta}{\left(\frac{\Delta m^2}{4E} \right)^2 \sin^2 2\theta + \left(\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta - \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2} \right)^2} \sin^2 \left(\sqrt{\left(\frac{\Delta m^2}{4E} \right)^2 \sin^2 2\theta + \left(\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta - \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2} \right)^2} L \right)$$

NOTARE:

- 1) Ampiezza di oscillazione massima purché: $\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta = \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2}$ ($L_v = L_{\text{rif}} \cos 2\theta$)
Esistenza della RISONANZA: anche per angoli mixing θ piccolo posso avere oscillazione, l'effetto di mixing viene amplificato dall'interazione con la materia.
- 2) Si ha oscillazione purché: $\frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta L \geq 1$ ($L \sin 2\theta \geq L_v = L_{\text{rif}} \cos 2\theta$)
Efficacia della RISONANZA: la risonanza funziona se $L \approx L_{\text{rif}}$
- 3) Se il termine di materia è trascurabile ($\frac{\Delta m^2}{4E} \gg \sqrt{2} G_F n_e$) ritrovo le oscillazioni di vuoto. (Verificare che per neutrini terrestri il termine di materia è trascurabile)
- 4) A parità di densità e di Δm^2 , la soppressione dipende dall'energia del neutrino

Caso a densita' variabile: il sole

- All'interno del sole la densita' decresce in maniera quasi esponenziale:
 $n_e = n_c \exp(-r/r_s)$ $r_s = R_{\text{sun}}/10$. Affinche' i neutrini prodotti nel centro del sole attraversino una regione in cui l'effetto di materia sia risonante dovra' essere

$$\frac{\Delta m^2}{2E} < \sqrt{2} G_F n_c \Rightarrow \Delta m^2 < 10^{-4} eV^2 \left(\frac{E}{10 \text{ MeV}} \right) \left(\frac{n_c}{10^{26} \text{ cm}^{-3}} \right)$$

dove n_c e' la densita' elettronica al centro del sole (chiaramente, se la condizione non e' soddisfatta al centro, non lo sara' neanche altrove)

- Tale risonanza dovra' inoltre essere efficace. Cioe' su una scala di distanze λ in cui la densita' resta costante dovra' essere:

$$\frac{\Delta m^2}{2E} \lambda > 1_e \Rightarrow \Delta m^2 > 10^{-8} eV^2 \left(\frac{E}{10 \text{ MeV}} \right) \text{ con } \lambda = r_s$$

- Quindi un meccanismo di oscillazione efficace per neutrini solari che hanno energie 1-10 MeV, ha bisogno di un differenze di masse quadre nel range $10^{-4} - 10^{-8} eV^2$

Probabilità a grandi angoli

- Una buona approssimazione della probabilità di sopravvivenza di un neutrino solare, dopo aver attraversato tutto il sole, per valori di $\sin^2 2\theta \approx 1$ e $\Delta m^2 \approx 10^{-4} \text{ eV}^2$ è data dall'espressione:

$$P_{ee} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta - \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2}}{\sqrt{\left(\frac{\Delta m^2}{4E}\right)^2 \sin^2 2\theta + \left(\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta - \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2}\right)^2}} \cos 2\theta$$

n_e = densità elettronica nel punto di produzione del ν_e

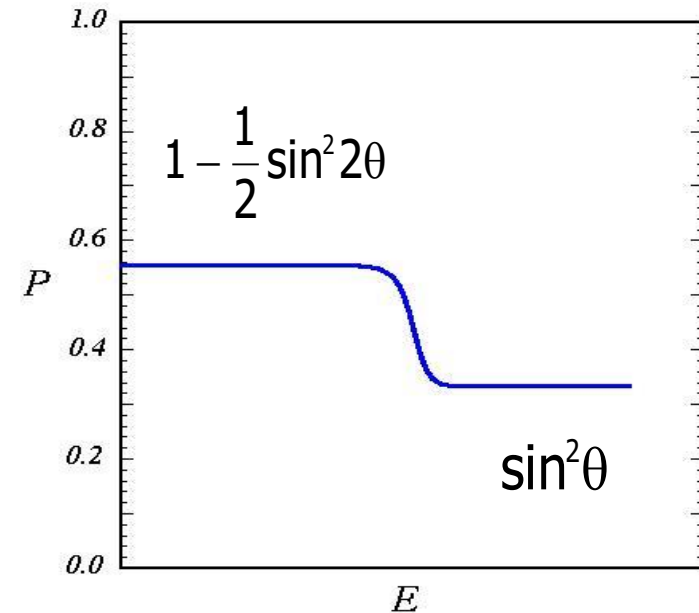
- Due regimi:

- 1) basse E (**VUOTO**)

$$\frac{\Delta m^2}{2E} \cos 2\theta > \frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2} \quad P_{ee} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta$$

- 2) alte E (**MATERIA**)

$$\frac{\sqrt{2} G_F n_e}{2} > \frac{\Delta m^2}{2E} \quad P_{ee} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta = \sin^2 \theta$$



- Per le condizioni del centro del sole dove sono prodotti i neutrini ($n_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$) e $\Delta m^2 \approx 10^{-4} \text{ eV}^2$ la transizione tra i due regimi si ha per energie intorno al MeV. Quindi a parità di zona di produzione, neutrini elettronici prodotti con energia superiore al MeV sono più soppressi di quelli ad energia inferiore.

Oscillation of atmospheric neutrinos

- Cosmic rays produce π which decay and eventually ν_e and ν_μ are produced
- These can be detected by their interaction, producing e and μ respectively
- One finds that μ flux depends on azimuth, whereas e flux is practically constant
- Interpret as $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ oscillation

